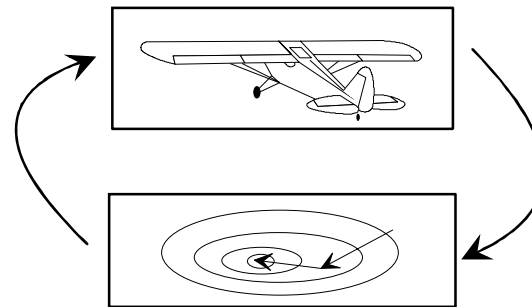


# Controlo Ótimo e Adaptativo

*Licenciatura em Engenharia Aeroespacial*



**J. Miranda Lemos**

*Professor Catedrático do IST*

**2009**

*Quelli che s'innamoran di pratica senza scienza,  
son come 'l nocchiere, ch'entra in navilio senza timone o bussola,  
che mai ha certezza dove si vada*

Leonardo da Vinci, Sec. XV



## Programa

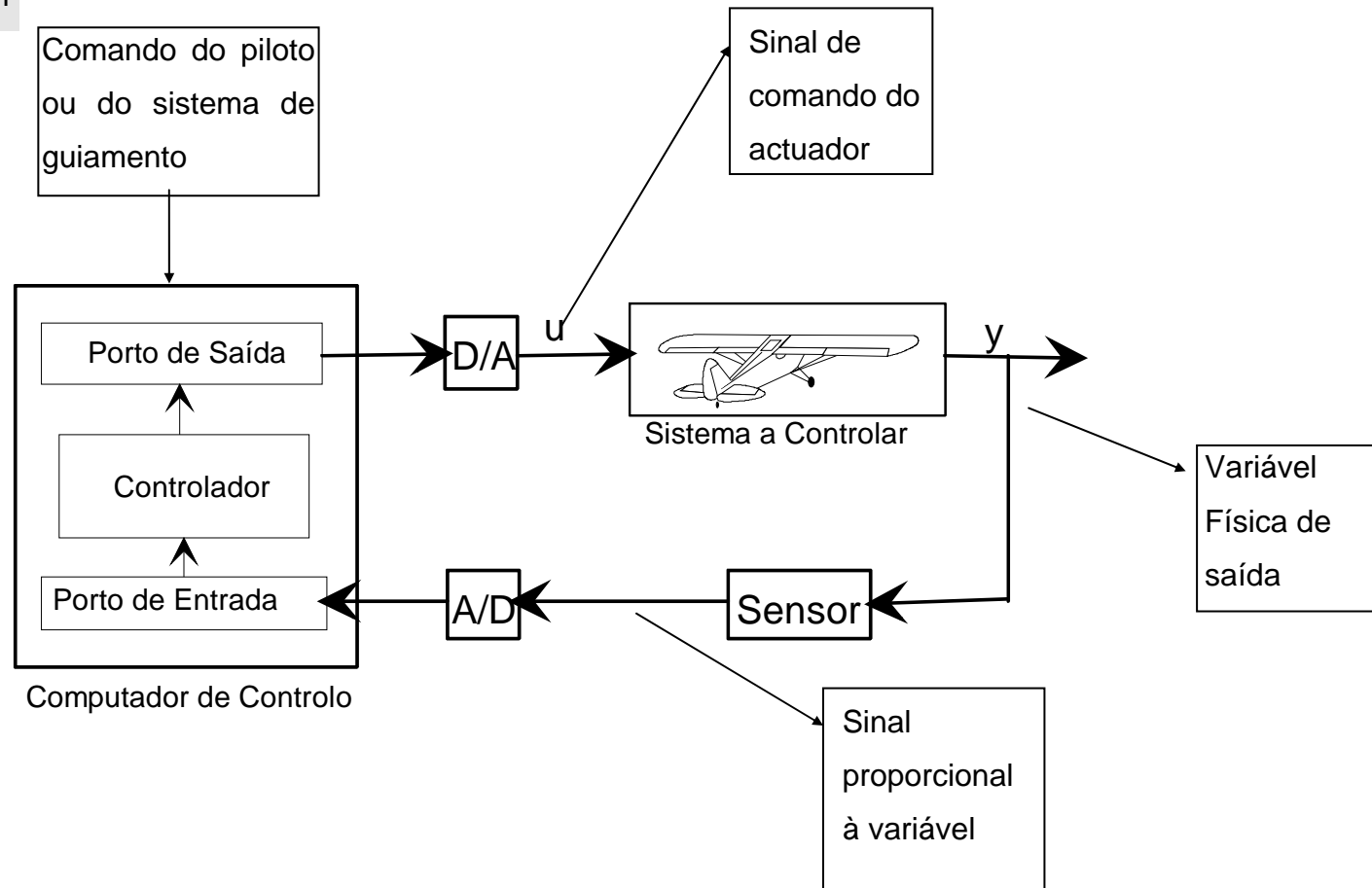
- 1-Aspectos gerais sobre Controlo ótimo e Adaptativo
- 2-Modelos em Controlo por Computador
- 3-Identificação recursiva. O método dos Mínimos Quadrados
- 4-Síntese de leis de controlo usando técnicas polinomiais
- 5- Predição linear e controlo de variância mínima
- 6-Controlo Adaptativo Autossintonizável
- 7-Controlo Ótimo: Princípio de Pontryagin e Aplicações
- 8-Controlo Ótimo: O Problema Linear Quadrático

# Aspectos Gerais sobre Controlo Ótimo e Adaptativo

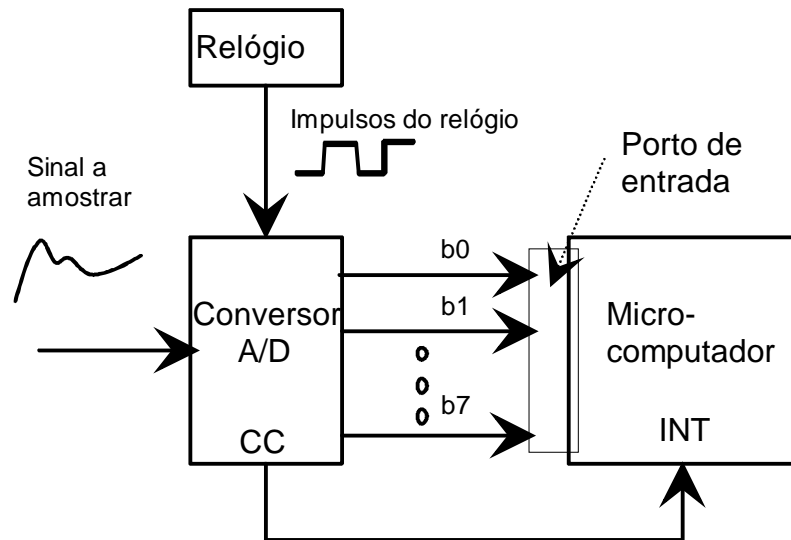
**Objectivo:** *Dar uma perspectiva sobre os temas abordados na disciplina e enquadrá-la no âmbito do controlo por computador*

# Controlo por Computador

Referência: AW, 1



## Hardware de aquisição de dados

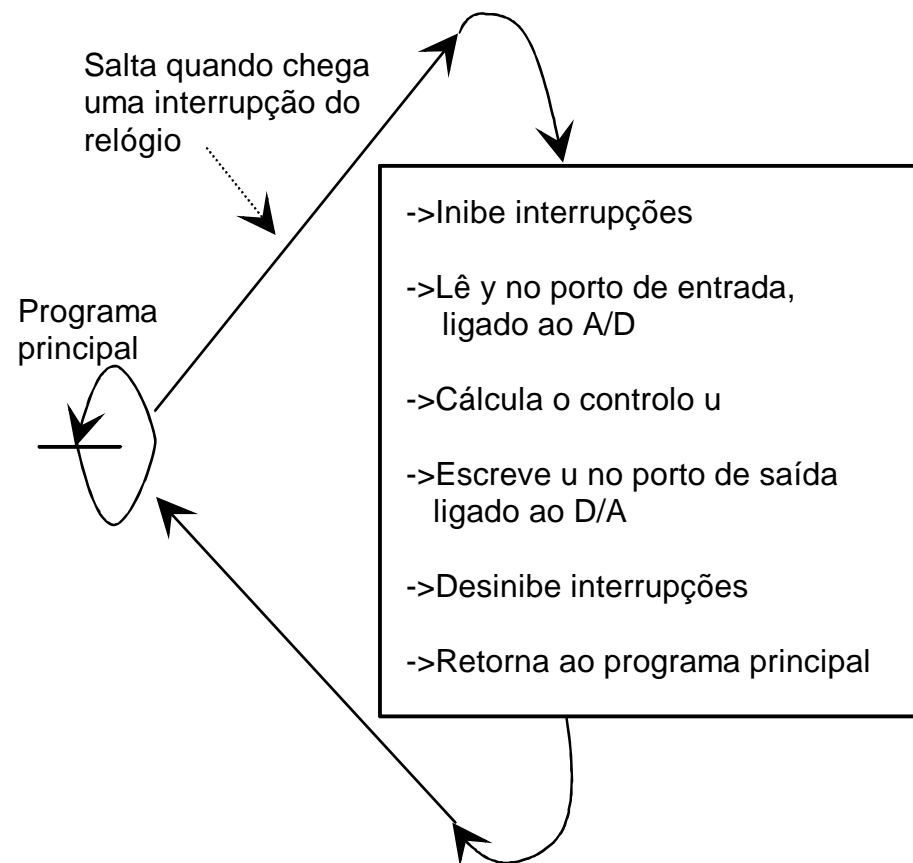


Ao receber um impulso de relógio, o conversor A/D retém uma amostra do sinal e inicia a sua conversão para um número binário.

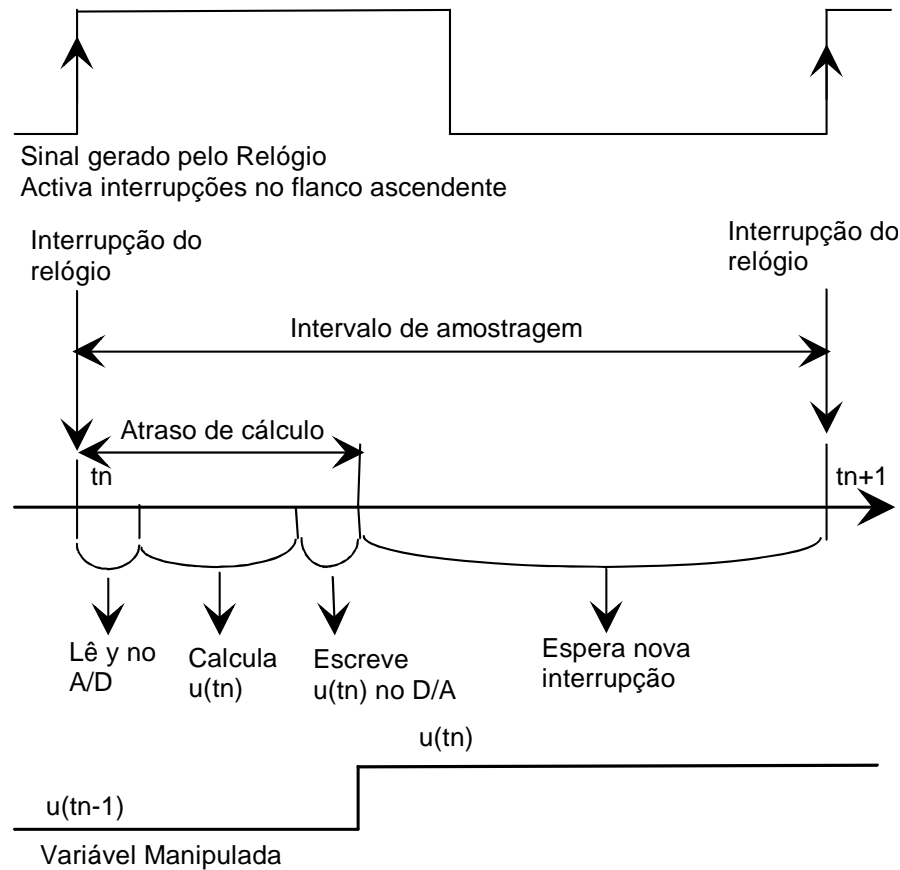
Quando os bits b0 a b7 atingem o valor correcto, o sinal de conversão completa CC é activado e o pino de interrupção do microcomputador é actuado.

Se as interrupções não estiverem inibidas, a subrotina de interrupção começa a ser executada, sendo efectuada a leitura do porto de entrada, onde estão ligados os pinos do A/D.

## Estrutura do software para Controlo Digital (1 cadeia)



### Diagrama temporal do controlo digital

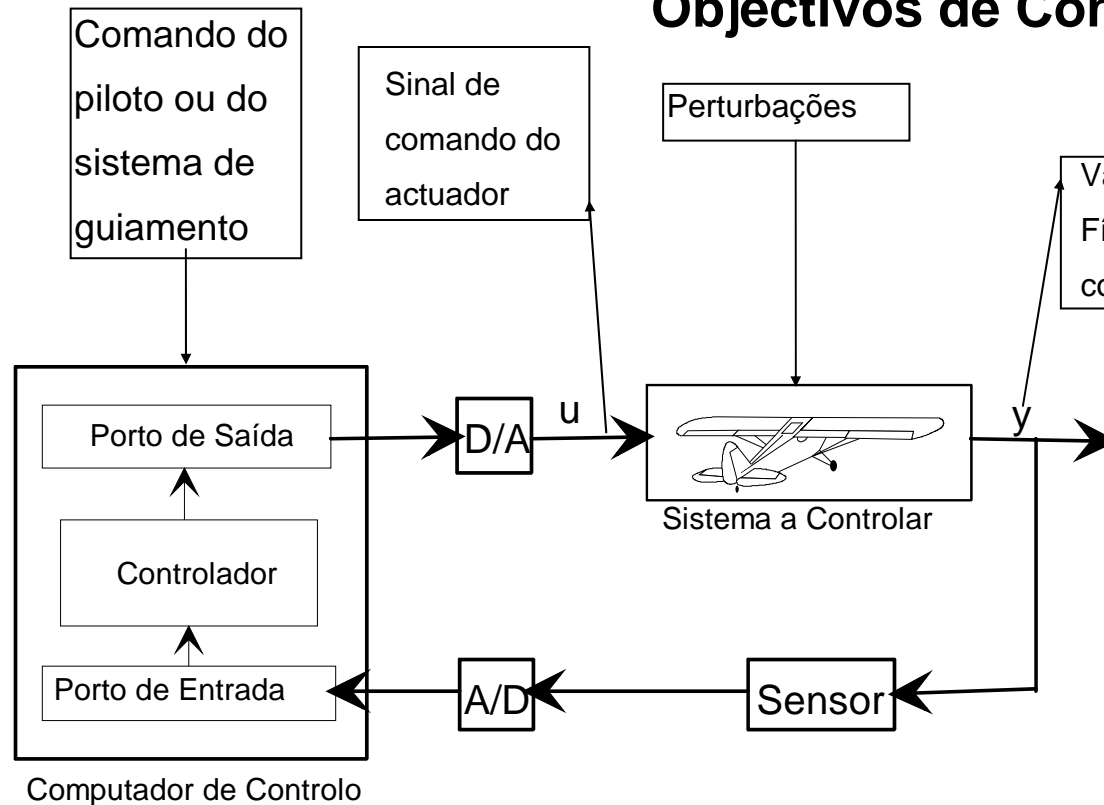




Repare-se que:

- A variável manipulada  $u$  é constante por troços
- Isto significa que entre dois instantes de amostragem o sistema está a trabalhar em cadeia aberta, o que impõe um limite máximo ao intervalo de amostragem
- Existe um atraso entre o instante  $t_n$  em que chegou a interrupção, e o instante em que se colocou o valor do controlo  $u$  no D/A. Este atraso é devido ao tempo de cálculo de  $u$ .
- O atraso de cálculo pode considerar-se desprezável se for muito pequeno relativamente ao intervalo de amostragem.
- Se o atraso de cálculo não for pequeno relativamente ao intervalo de amostragem, então deve ser tido em conta no modelo do processo como um atraso adicional.

## Objectivos de Controlo



Os objectivos de controlo dizem respeito à capacidade de efectuar as manobras desejadas, tendo em conta a dinâmica da aeronave as perturbações.

## Objectivos de Controlo e Dinâmica da Aeronave

A dinâmica de uma aeronave é em geral não linear e multivariável, *i. e.* os vários actuadores afectam diversos sensores simultaneamente.

Ao acoplar-se um sistema de controlo a uma aeronave, o conjunto aeronave+sistema de controlo apresenta uma dinâmica diferente da dinâmica da aeronave isolada.

Um objectivo de controlo importante é pois que o conjunto aeronave+sistema de controlo apresente a dinâmica especificada.

Algumas aeronaves em alguns regimes de voo podem apresentar uma dinâmica instável em cadeia aberta (*i. e.* sem sistema de controlo). Um objectivo de controlo importante é pois a **estabilização** da dinâmica do conjunto aeronave+sistema de controlo.

Um exemplo clássico é dado pelos aviões supersónicos de elevado desempenho, em que o centro de pressão se desloca com a velocidade. Como a estabilidade estática da aeronave depende da relação entre a posição entre o centro de massas e o centro de pressão, se a aeronave for projectada estável a baixas velocidades, a altas velocidades haverá um forte binário estabilizante. Para o vencer é necessário um leme maior o que acarreta uma maior força de arrasto, diminuindo a manobrabilidade. Projecendo a aeronave instável a baixas velocidades é assim possível diminuir a força de arrasto. No entanto, isso implica um sistema de controlo capaz de estabilizar a aeronave a baixas velocidades, justamente quando ocorrem as manobras críticas de aterragem e descolagem.

## Perturbações

As perturbações correspondem a sinais não desejados que afectam o sistema controlado, desviando a saída do sistema do seu valor desejado.

As principais perturbações são:

- "Ruído" no sistema (ruído electrónico, mau funcionamento nos sensores e actuadores);
- Forças atmosféricas aplicadas à aeronave

As perturbações atmosféricas podem ser modeladas deterministicamente ou estatisticamente.

## Perturbações: exemplo de modelo determinístico

### Modelo de rajada (1-cos)

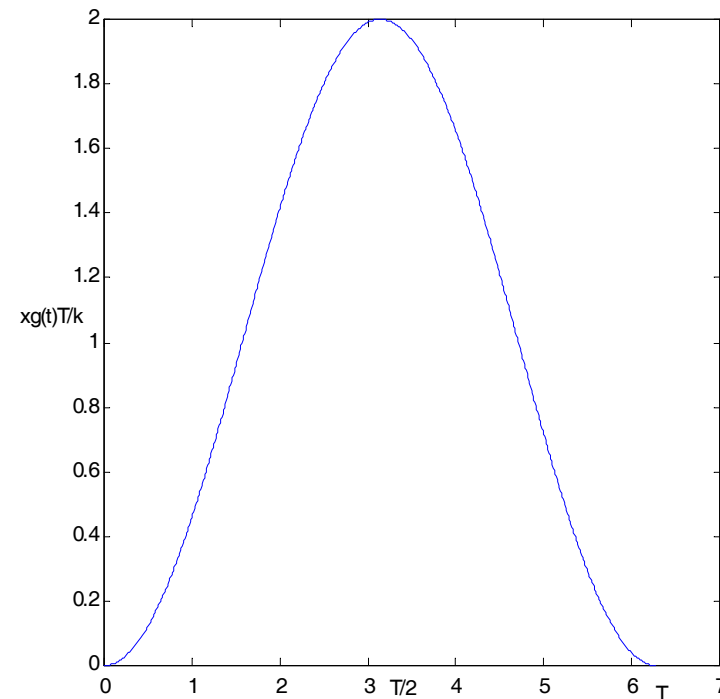
Factor de escala

$$x_g(t) = \frac{k}{T} \left(1 - \cos \frac{2\pi}{T} t\right)$$

Comprimento de onda  
da rajada em metros

$$T = L / U_0$$

Velocidade de  
equilíbrio da  
aeronave



## Perturbações: exemplo de modelo estocástico

Densidade espectral de potência:

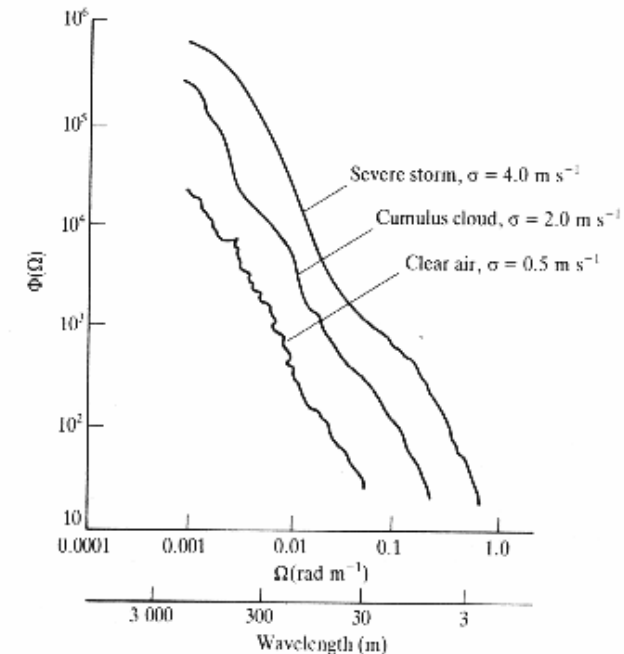
Traduz a potência por unidade de frequência do sinal de perturbação (é dado pela transformada de Fourier da autocorrelação deste sinal).

Para remover a influência da velocidade do ar utiliza-se a frequência espacial definida por

$$\Omega = \omega / U_0$$

Freq. temporal

Velocidade de equilíbrio da aeronave



## Objectivos (exemplos):

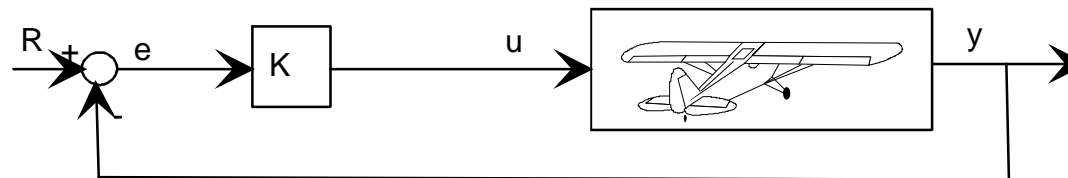
- Manter  $y$  no valor desejado, mesmo em presença de perturbações (*regulação*);
- Seguir referências para  $y$ , mesmo em presença de perturbações (*seguimento de trajectórias*);
- Estabilizar o sistema controlado;
- Impôr uma dinâmica conveniente ao sistema controlado;
- Optimizar o sistema (por exemplo minimizar o consumo de energia, mantendo os objectivos - Controlo Ótimo!);
- Manter um comportamento constante do sistema controlado, mesmo face a variações da dinâmica (Controlo Adaptativo!)



## Exemplo: Controlador Digital com acção integral

**Problema:** Como actuar no comando do motor do avião para manter o impulso constante?

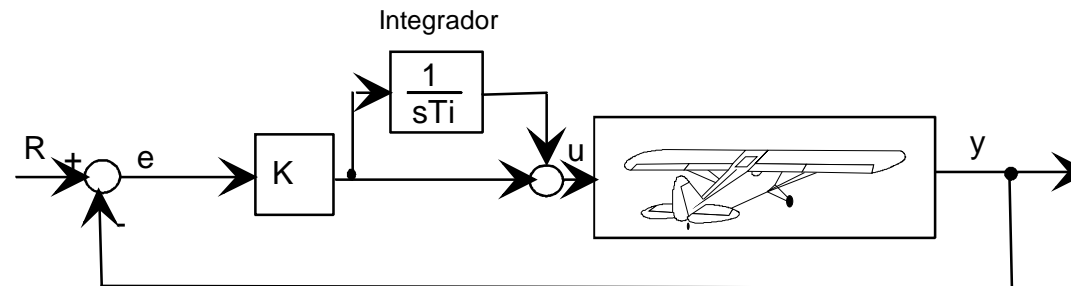
**Solução:** Controlo proporcional



Será que, em regime estacionário, o impulso é igual ao impulso desejado?

Repare-se que não. Se assim for o erro  $e$  será nulo e o comando será zero, ou seja o motor pára (ou reduz-se à velocidade mínima).

## Solução para erro estático nulo: Efeito integral



Quando o erro é nulo, a saída do integrador fica constante mas não necessariamente nula.

A equação que descreve o controlador PI é:

$$e = r - y$$

$$u(t) = K(e(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t e(\tau) d\tau)$$

Quando o erro é nulo o controlo vem dado pelo valor do integrador.

As constantes  $K$  e  $T_i$  são os ganhos do controlador, podendo ser escolhidas, por exemplo, de acordo com as regras de Ziegler e Nichols, ou outras mais adequadas.

## Como implementar digitalmente as equações do controlador PI?

$$e = r - y$$

$$u(t) = K(e(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t e(\tau) d\tau)$$


Considere-se a equação do integrador:

$$u_i(t) = \frac{1}{T_i} \int_0^t e(\tau) d\tau$$

Derivando ambos os membros da equação:

$$\frac{du_i}{dt} = \frac{1}{T_i} e(t)$$

$\frac{du_i}{dt} \approx \frac{u(nh) - u((n-1)h)}{h}$



Isto resulta nas seguintes equações para o

**Algoritmo PI digital:**

$$u_i(nh) = u_i((n-1)h) + \frac{h}{T_i} e(nh)$$

$$u(nh) = K(u_i(nh) + e(nh))$$

## Pseudocódigo para PI digital

No início de cada intervalo de amostragem, executar recursivamente:

1. Ler no porto de entrada ligado ao A/D a variável  $y$
2. Calcular o erro  $e = r - y$
3. Calcular a variável manipulada  $u$  por

$$u_i = u_{i\text{anterior}} + \frac{h}{T_i} e$$

$$u = K(u_i + e)$$

em que  $u_{i\text{anterior}}$  é a saída do integrador no instante de amostragem anterior

4. Escrever  $u$  no porto de saída ligado ao D/A
5. Fazer  $u_{i\text{anterior}} = u_i$
6. Esperar nova interrupção

## Motivação para o Controlo Adaptativo

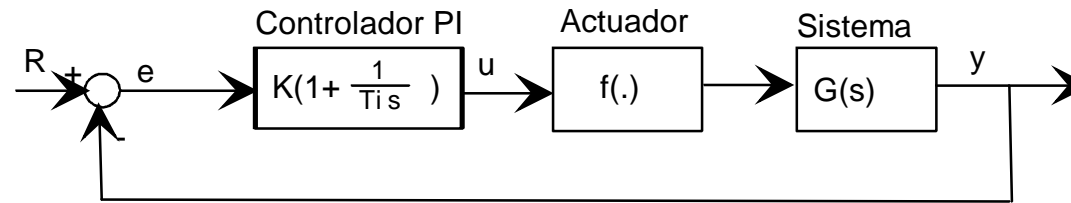
Há situações em que a dinâmica do sistema a controlar se pode **alterar** ao longo do tempo.

Isto pode ser devido, por exemplo, à existência de não linearidades nos actuadores ou no próprio sistema. Neste caso, a dinâmica linearizada vai variar com o ponto de trabalho (por exemplo com a velocidade de equilíbrio).

Pode ainda acontecer que a dinâmica varie devido a factores como o envelhecimento ou alterações do ambiente.

Nesta situação, a afinação do controlador adequada a um ponto de trabalho pode não o ser para outro.

## Um exemplo

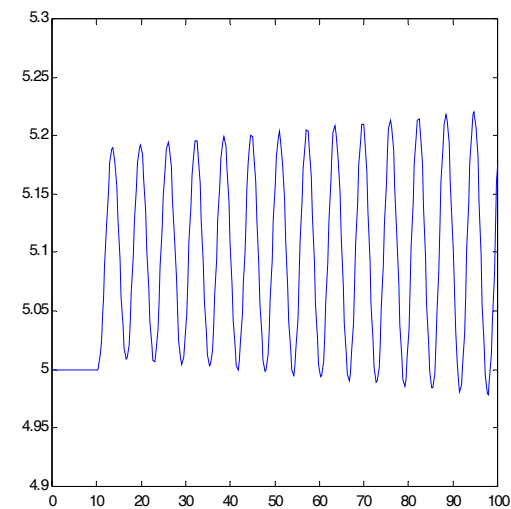
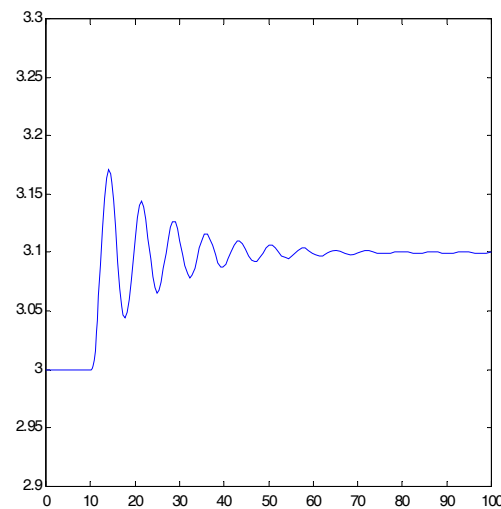
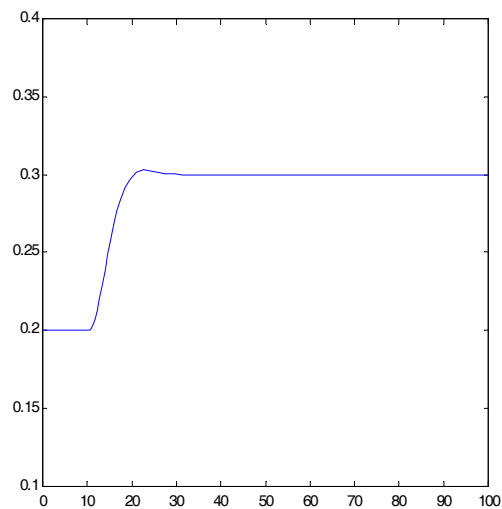


$$f(u) = u^4 \quad G(s) = \frac{1}{(s+1)^3} \quad K = 0.15 \quad T_i = 1$$

Nestas circunstâncias, a resposta do sistema controlado depende do ponto de funcionamento. Um controlador bem afinado para um ponto de funcionamento pode não estar bem afinado para outro.

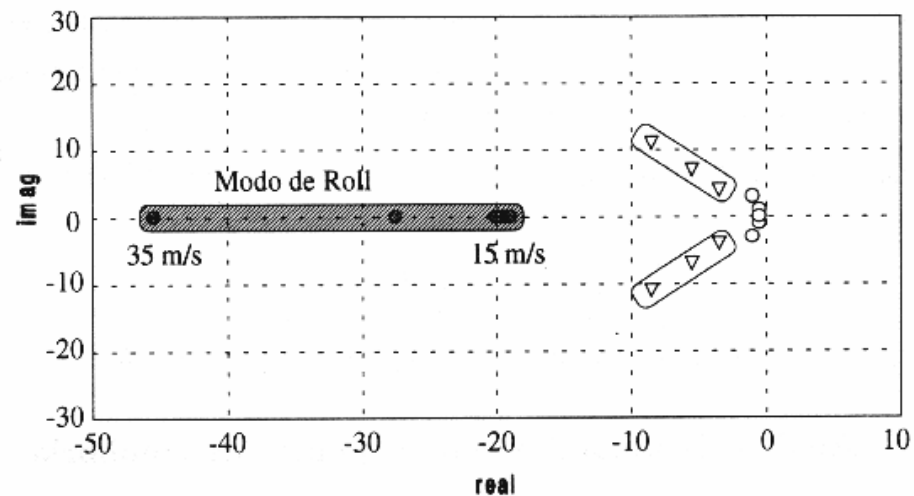


As figuras seguintes mostram a resposta a um escalão na referência de amplitude  $0.1$ , para diversos pontos de funcionamento, com um PI sintonizado em torno de  $r=0.2$ .



## Exemplo de variação da dinâmica num avião

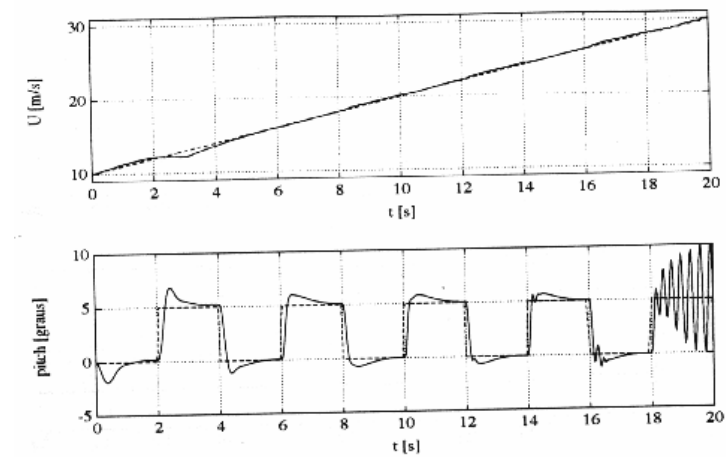
Num avião a dinâmica linearizada altera-se com as condições de voo. A figura mostra a dependência dos valores próprios do sistema com a velocidade de equilíbrio



Extraída de Neves da Silva, R. (1994). *Controlo de Aeronave não tripulada usando técnicas LQG/LTR de ganho variável* Tese de Mestrado, IST - Departamento de Engenharia Electrotécnica e de Computadores.

Devido à variação da dinâmica com as condições de voo, utilizando um controlador de ganhos fixos, pode ter-se um bom comportamento numa gama de funcionamento e um mau funcionamento noutras zonas.

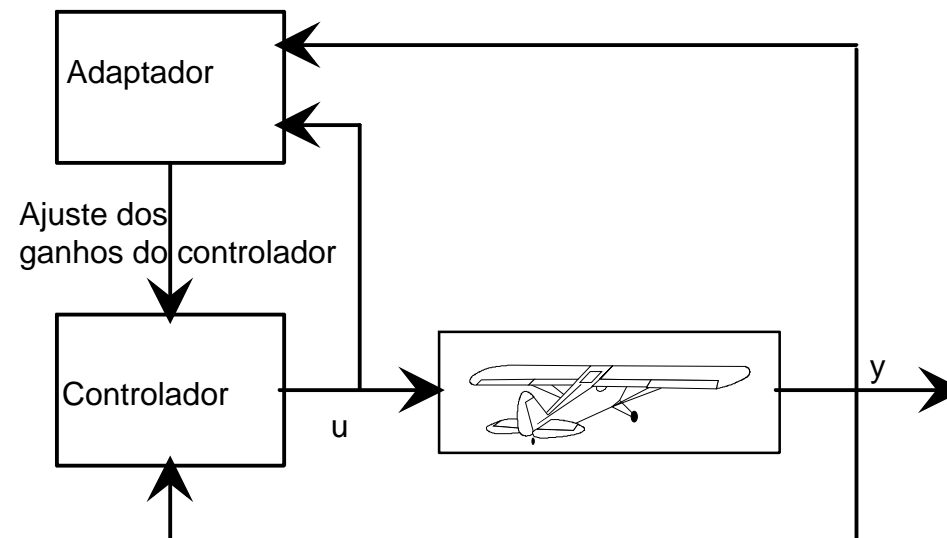
Exemplo do controlo do ângulo de pitch com um controlador fixo quando a velocidade aumenta progressivamente:



.Extraído de Rato, L. M. (1994). *Técnicas de Controlo Adaptativo aplicadas a uma aeronave não tripulada* Tese de Mestrado, IST - Departamento de Engenharia Electrotécnica e de Computadores

Uma possibilidade consiste em adaptar os ganhos para compensar alterações da dinâmica devidas a variações da velocidade.

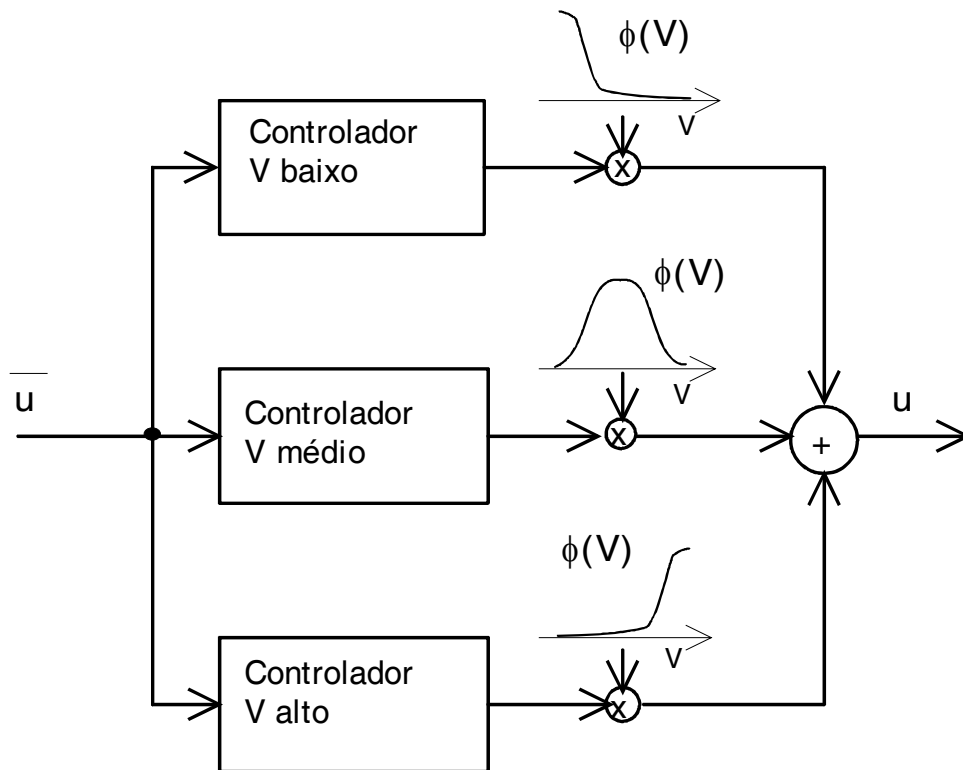
Para tal, podem usar-se várias estruturas. Uma possibilidade é:



O bloco *Adaptador* por ser obtido de vários modos:

- Tabela que altera os ganhos do controlador de um modo fixo, para cada valor de velocidade. Esta técnica denomina-se *gain-schedulling*.
- Identificação da dinâmica com o método dos mínimos quadrados, refazendo-se o cálculo dos ganhos repetidamente, em tempo real. Esta técnica denomina-se *Controlo Adaptativo*.

## "Gain-scheduling"



O valor da variável manipulada em cada instante resulta da combinação linear das variáveis calculadas pelos vários controladores.

Por exemplo, a velocidades baixas, o controlador respectivo é multiplicado por um peso próximo de 1 enquanto o controlador de velocidades altas é multiplicado por zero.

## Controlo Adaptativo vs. "Gain Scheduling"

A solução do controlo de sistemas variáveis no tempo por "gain scheduling" é útil em muitas situações mas levanta problemas quando:

- Não é possível conhecer *a priori* qual o controlador a utilizar numa dada situação;
- É necessário recorrer a um número muito elevado de controladores.

Uma possibilidade, que se estuda neste curso é o **Controlo adaptativo**.

## Controlo Adaptativo

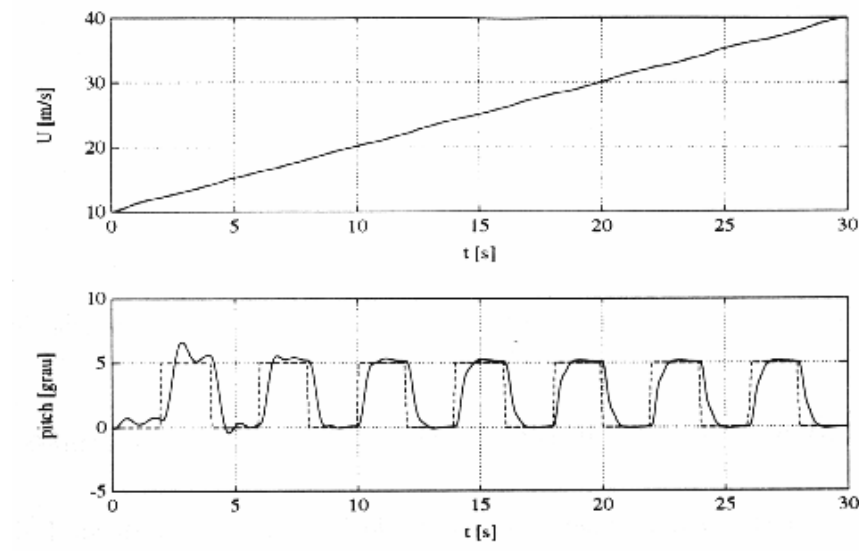
Numa das famílias de Controlo Adaptativo, o Adaptador é constituído por dois blocos:

- **Identificador**, que estima continuamente os parâmetros (e. g. a posição dos pólos, dos zeros e o ganho) de um modelo, a partir dos dados de entrada e saída medidos.
- **Projecto do Controlador**, que recalcula continuamente os ganhos do controlador tendo em conta as novas estimativas do modelo.

Deste modo, quando a dinâmica do sistema se altera, o identificador dá conta desse facto e os ganhos do controlador são alterados para frazer face à nova situação.

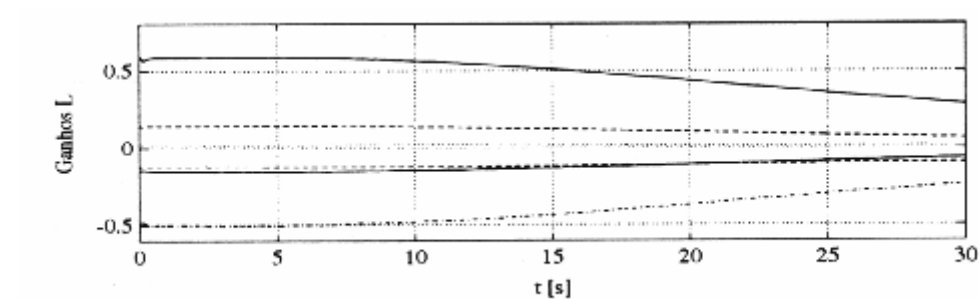


No caso do exemplo do controlo do ângulo de *pitch*, é possível, recorrendo ao Controlo Adaptativo, obter uma resposta com características razoavelmente constantes quando a velocidade varia de 10 a 40 m/s:



Extraído de Rato, L. M. (1994). *Técnicas de Controlo Adaptativo aplicadas a uma aeronave não tripulada* Tese de Mestrado, IST - Departamento de Engenharia Electrotécnica e de Computadores

Isto é possível graças ao ajuste dos ganhos do controlador efectuado pelo adaptador:



Extraído de Rato, L. M. (1994). *Técnicas de Controlo Adaptativo aplicadas a uma aeronave não tripulada* Tese de Mestrado, IST - Departamento de Engenharia Electrotécnica e de Computadores.

O adaptador actualiza constantemente o modelo melhor ajustado aos dados e recalcula os ganhos do controlador de acordo com esta estimativa do modelo.